

УДК 514.182.2+514.113

АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ МЕТРИЧЕСКИХ И ПОЗИЦИОННЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ В НАГЛЯДНЫХ ПРОЕКЦИЯХ

Шумкина Т.Ф., к.х.н., доцент

Кузбасский государственный технический университет им. Т.Ф. Горбачева,
г. Кемерово

Терентьев Д.Д., проектировщик
ООО «Феорана-СБ», г. Кемерово

Начертательная геометрия, как наука, представляет собой двумерный геометрический и алгоритмический аппарат, включающий в себя аксиоматику евклидовой (элементарной) геометрии [1]. В начертательной геометрии, также как и в стереометрии, изучаются свойства пространственных фигур. Графическое решение многих позиционных задач возможно реализовать различными методами: преобразованием ортогональных проекций с применением разных видов проецирования [2], а также с помощью методов, рассматриваемых в разделе стереометрии – евклидова геометрия.

Решение пространственных задач на пересечение многогранников плоскостью в элементарной геометрии осуществляется методами [3]:

- вспомогательных сечений (метод внутреннего проецирования);
- следов;
- комбинированный.

Если использовать геометрический аппарат начертательной геометрии, то данную задачу можно решить без преобразования комплексного чертежа – способом ребер или способом граней. При использовании способа ребер через ребро призмы или пирамиды проводится вспомогательная плоскость и решение задачи сводится к многократному решению первой позиционной задачи начертательной геометрии – пересечению плоскостей. Применение способа граней при решении задачи на пересечение многогранника плоскостью также сводится к многократному решению первой позиционной задачи. Количество повторов зависит от количества ребер (или граней) многогранника. Метод вспомогательного проецирования удобно использовать если секущая плоскость задана следами, а основание многогранника (или его грань) располагается на какой-либо плоскости проекций. Метод преобразования комплексного чертежа – метод перемены плоскостей проекций, основан на переводе одного из геометрических образов (секущей плоскости) из общего положения в частное.

Все вышеперечисленные методы начертательной геометрии обладая несомненными преимуществами – простотой и точностью построений, возможностью определять метрические характеристики фигуры сечения, в тоже время обладают существенным «недостатком». В силу того, что проецирова-

ние объекта осуществляется не на одну, а на несколько плоскостей проекций, то получаемое изображение не наглядно. Для того, чтобы представить объект в пространстве, нужно воспользоваться свойством обратимости чертежа.

Как известно, аксонометрические проекции лишены такого «недостатка» и являются достаточно наглядными. Выбор вида аксонометрической проекции следует осуществлять, исходя из вида и расположения поверхности, чтобы избежать искажений и оптического обмана.

Рассмотрим решение задачи на пересечение многогранника плоскостью в изометрической проекции. На примере призмы с четырехугольным основанием показано решение заной задачи методом следов (рис. 1, а).

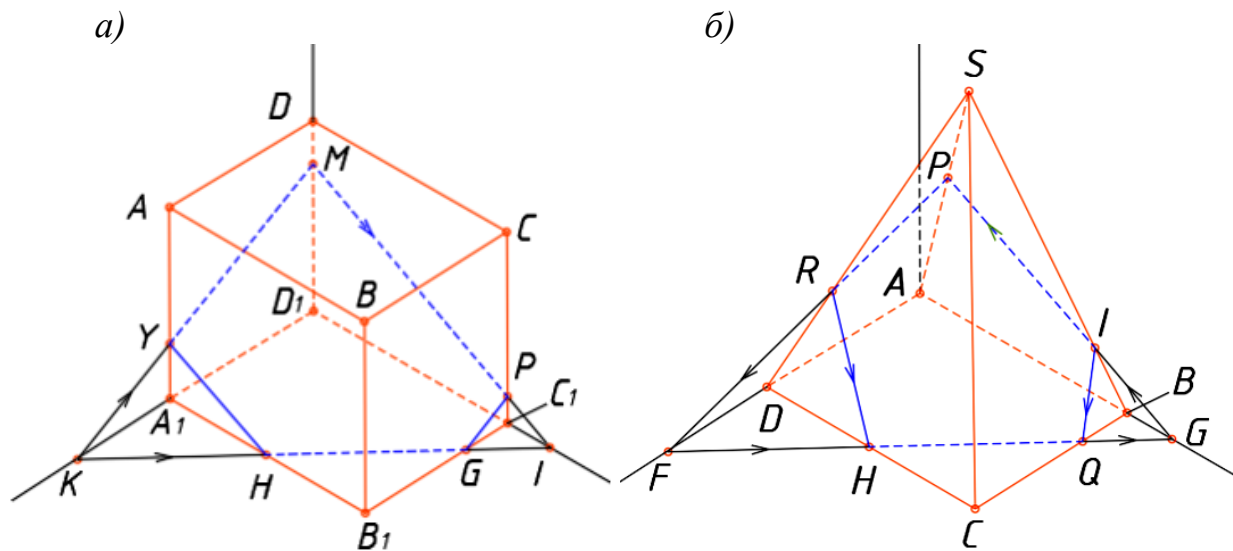


Рис. 1. Решение задачи на пересечение призмы (а) и пирамиды (б) плоскостью методом следов

Так как точки M , K , P задают секущую плоскость, а грань многогранника – это плоскость нахождения следов плоскости на гранях призмы, то необходимо соединить точки плоскости, принадлежащие одной грани. Проведя отрезок KM , находят точку Y на ребре AA_1 . Соединив точки M и P и продолжив его до пересечения с ребром D_1C_1 , определяют точку I . Отрезок KI является следом секущей плоскости в грани $A_1B_1C_1D_1$ и пересекает ребра призмы в точках H и G . Полученный пятиугольник $MPGHY$ – есть фигура сечения призмы секущей плоскостью.

На рис. 1, б показано построение фигуры сечения призмы $SABCD$ секущей плоскостью, заданной точками RPQ . Порядок построений соответствует алгоритму решения предыдущей задачи.

Как видно из рис. 1 а и б, решение задачи получается компактным и наглядным, а, зная вид аксонометрической проекции, можно определить и метрические характеристики – определить натуральную величину сечения.

Метод внутреннего проецирования также достаточно прост, компактен и нагляден (рис. 2, а и б). В качестве плоскости, на которую осуществляется проецирование, берется основание многогранника.

Если плоскость задана тремя точками R, Q, S , лежащими на боковых ребрах призмы (рис. 2, *a*), то сначала следует соединить точки, задающие плоскость (отрезки RQ и RS) и найти проекцию плоской фигуры – ΔRQS на основание призмы – $\Delta A_1C_1B_1$. Направление проецирования совпадает с направлением боковых ребер призмы. В основании призмы – проекции фигуры сечения, проводят отрезок D_1B_1 и точку пересечения его с $[A_1C_1]$, проекцией отрезка QS . Обратным проецированием (по боковым ребрам) находят точку F' и проводят через нее отрезок до пересечения с ребром призмы DD_1 . Плоская фигура $QRSM$ – искомая фигура сечения призмы плоскостью.

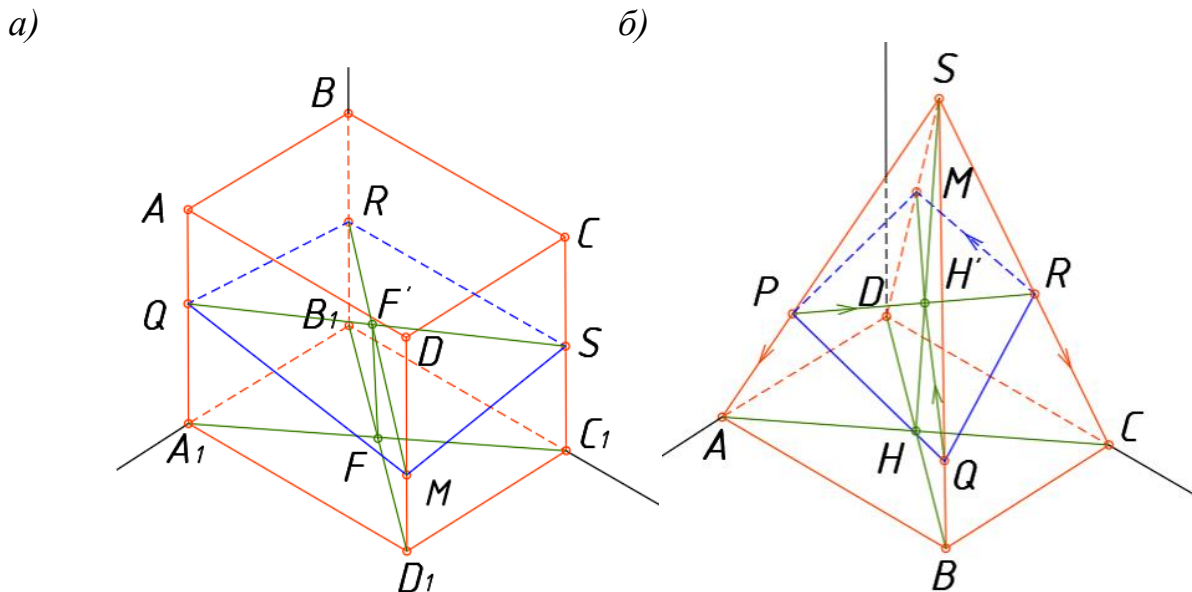


Рис. 2. Решение задачи на пересечение призмы (*a*) и пирамиды (*б*) плоскостью методом внутреннего проецирования

При решении задачи на определение фигуры сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью (рис. 2, *б*) направление проецирования совпадает с ребрами, выходящими из вершины S , а алгоритм решения совпадает с предыдущим случаем. Как видно из рис. 2, *a* и *б*, решение задачи методом внутреннего проецирования получается еще более компактным и не выходит за очерк самой поверхности.

Метод следов и внутреннего проецирования также хорошо работают, если в качестве поверхностей взять наклонные или неправильные многогранники. Хотя, что касается наклонных многогранников, то основная трудность заключается в построении исходного условия – самой поверхности в аксонометрии и выборе направления взгляда во избежание наложения линий (рис. 3, *a* и *б*).

Комбинированный метод сочетает в себе два метода стереометрии – метод следов и метод внутреннего проецирования и в рамках данной статьи не иллюстрировался.

Исходя из вышеизложенного, видно, что метод следов лучше использовать при явном задании секущей плоскости, а метод внутреннего проециро-

вания рекомендуется применять в случае параллельности (или почти параллельности) секущей плоскости основанию многогранника, вследствие невозможности построения следов плоскости в пределах чертежа.

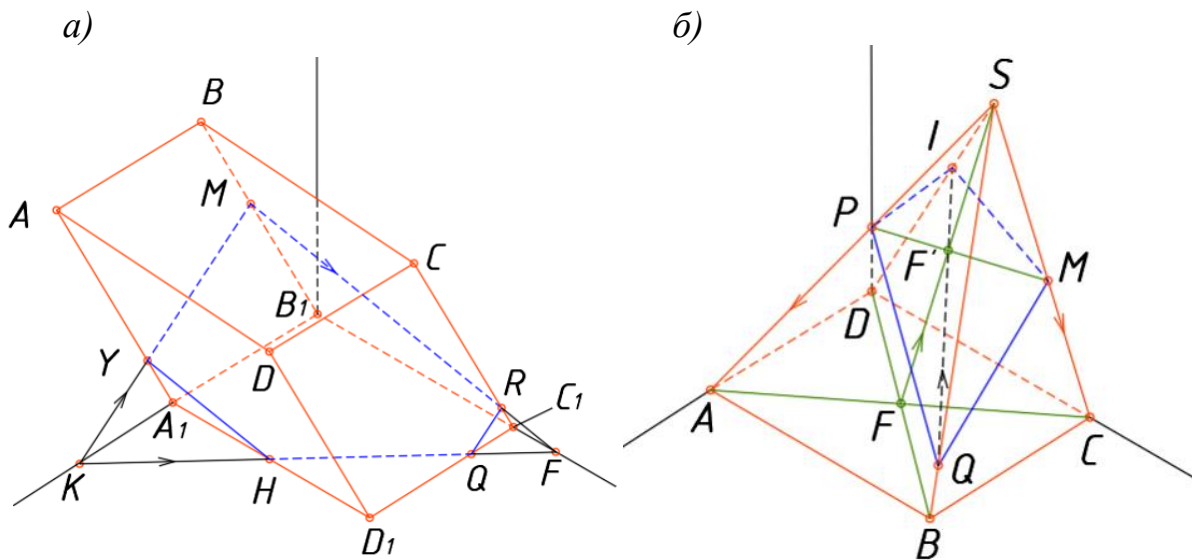


Рис. 3. Решение задачи на пересечение наклонного многогранника плоскостью методом следов (а) и методом внутреннего проецирования (б)

Таким образом, можно сказать, что методы начертательной геометрии более универсальны и удобны для решения задач такого рода, в связи с простотой построения исходного условия и отсутствием ограниченных условий задания секущей плоскости, что особенно актуально в присутствии поверхностей с большим количеством граней.

Список литературы:

1. Евклидова геометрия [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Евклидова_геометрия (дата обращения: 22.03.2021).
2. Терентьев Д.Д., Т.Ф. Шумкина. Анализ методов решения метрических и позиционных задач начертательной геометрии // Сборник материалов XII Всерос. научно-прак. конференции с международным участием «Россия молодая», 21-24 апр. 2020 г., Кемерово [Электронный ресурс] / ФГБОУ ВО «Кузбас. гос. техн. ун-т им. Т. Ф. Горбачева»; редкол.: С. Г. Костюк (отв. ред.) [и др.]. – Кемерово. – 2020.
3. И.Ф. Шарыгин. Задачи по геометрии (стереометрии). М.: Наука, 1984. – 160 с.