

УДК 656

## МНОГОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ ПОСТАВОК

Голубева А.И., студент гр. ОДб-191, II курс;  
Иванова А.Н., студент гр. ОДб-191, II курс;  
Муравская Е.А., студент гр. ОДб-191, II курс;  
Семенова О.С., к.т.н., доцент  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева,  
г. Кемерово

Для поиска оптимальных вариантов доставки груза из пунктов отправления в пункты назначения можно использовать частный случай задачи линейного программирования – транспортную задачу. Транспортная задача обладает рядом свойств – наличием ограничений, заданием единственного показателя эффективности (целевой функции), линейным характером целевой функции и ограничений [1].

Обычно в постановке задачи рассматривается только один вид продукции, при этом потребности грузополучателей могут удовлетворяться за счет нескольких грузоотправителей. Цель построения модели состоит в определении количества продукции, которое следует перевезти из каждого исходного пункта в каждый пункт назначения с тем, чтобы суммарные транспортные расходы были минимальными.

Рассмотрим задачу минимизации затрат на осуществление перевозочного процесса нескольких видов продукции. Пусть  $M_i$  – количество продукции, производимой в пункте  $i$ ,  $N_j$  – количество продукции, потребляемой в пункте  $j$ ,  $c_{ij}$  – стоимость перевозки единицы продукции из пункта  $i$  в пункт  $j$ ,  $x_{ij}$  – количество продукции, перевозимой из исходного пункта в пункт назначения. Тогда задача линейного программирования в общем виде формулируется следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} &\longrightarrow \min \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &\leq M_i, i = 1, 2, \dots, m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &\geq N_j, j = 1, 2, \dots, n \\ x_{ij} &\geq 0 \text{ для всех } i \text{ и } j. \end{aligned}$$

В качестве доставляемой продукции (рис.1) рассмотрим петарды ( $T_1$ ), бенгальские огни ( $T_2$ ) и хлопушки ( $T_3$ ) из пунктов отправления Кемерово (А), Новокузнецк (В), Анжеро-Судженск (С), Топки (D), Юрга (Е) в следующие пункты назначения – Кемерово (1), Белово (2), Прокопьевск (3), Киселевск (4), Тайга (5).

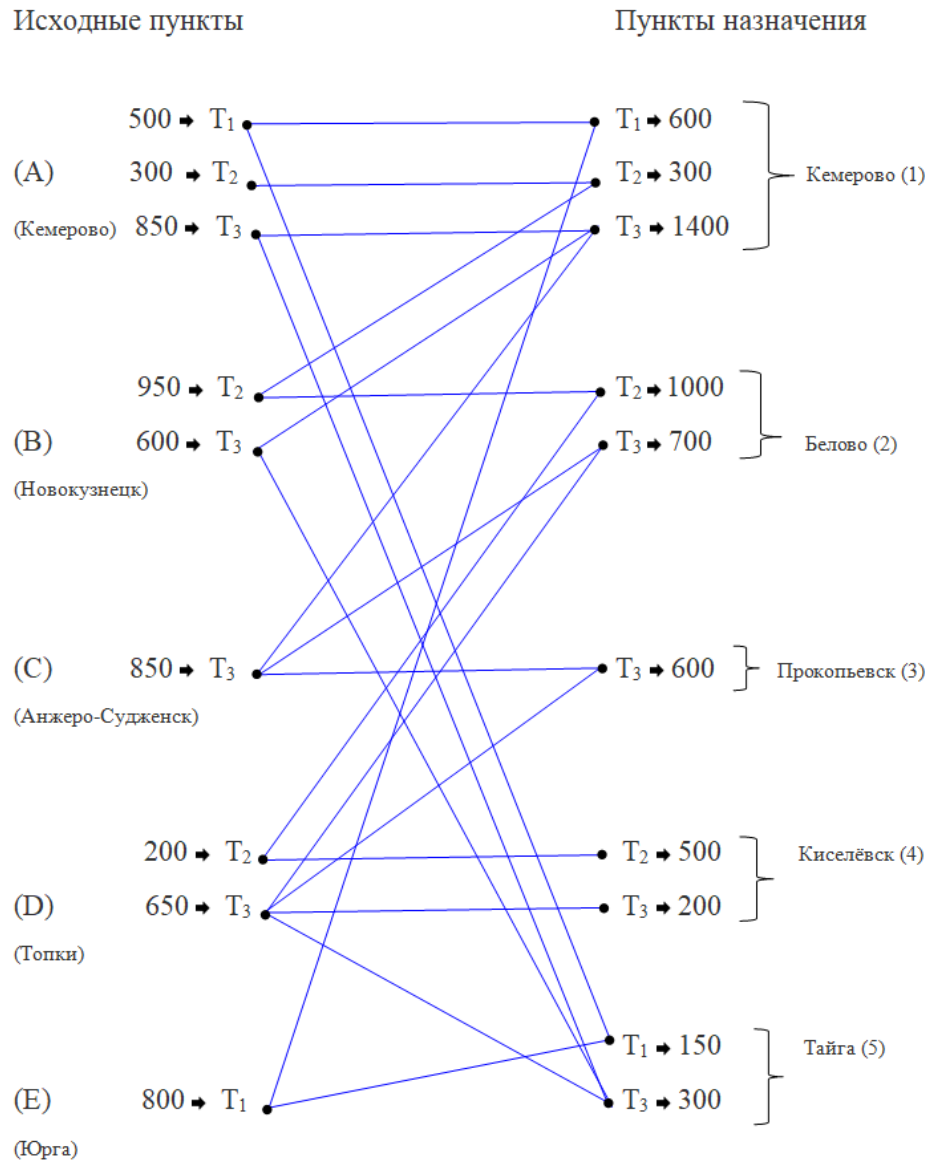


Рис. 1 – Распределение продукции в многопродуктовой модели

На основании возможного распределения продукции между пунктами отправления и пунктами назначения (рис.1) можно составить транспортную таблицу (рис.2), в которой все недопустимые пути (продукты не могут заменять друг друга) помечены очень высокой стоимостью перевозки  $S_{max}$ , для остальных путей в соответствующей ячейке указывается себестоимость перевозки единицы продукции (например,  $S_{A1}$  – себестоимость перевозки единицы продукции из пункта отправления А в пункт назначения 1).

		Кемерово(1)			Белово(2)		Прокопьевск(3)	Киселёвск(4)		Тайга(5)		
A	T <sub>1</sub>	S <sub>A1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>A5</sub>	C <sub>max</sub>	500
	T <sub>2</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>A1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	300
	T <sub>3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>A1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>A5</sub>	850
B	T <sub>2</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>B1</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>B2</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	950
	T <sub>3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>B1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>B5</sub>	600
C	T <sub>3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>C1</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>C2</sub>	S <sub>C3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	850
D	T <sub>2</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>D2</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>D4</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	200
	T <sub>3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>D2</sub>	S <sub>D3</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>D4</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>D5</sub>	650
E	T <sub>1</sub>	S <sub>E1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>E5</sub>	C <sub>max</sub>	800
		T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>3</sub>	
		600	300	1400	1000	700	600	500	200	150	300	

Рис.2 – Транспортная таблица для многопродуктовой модели

Так как поставки независимы, не обязательно описывать задачу одной моделью. Можно представить задачу по каждому продукту в виде отдельной таблицы перевозок, но только существенно меньшего размера. Таким образом, получаем транспортные таблицы, изображенные на рис.3.

		Товар T <sub>1</sub>			Товар T <sub>2</sub>				
		1	5		1	2	4		
A		S <sub>A1</sub>	S <sub>A5</sub>	500	A	S <sub>A1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	300
E		S <sub>E1</sub>	S <sub>E5</sub>	800	B	S <sub>B1</sub>	S <sub>B2</sub>	C <sub>max</sub>	950
		600	150		D	C <sub>max</sub>	S <sub>D2</sub>	S <sub>D4</sub>	200
		Товар T <sub>3</sub>							
		1	2	3	4	5			
A		S <sub>A1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>A5</sub>	850		
B		S <sub>B1</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	S <sub>B5</sub>	600		
C		S <sub>C1</sub>	S <sub>C2</sub>	S <sub>C3</sub>	C <sub>max</sub>	C <sub>max</sub>	850		
D		C <sub>max</sub>	S <sub>D2</sub>	S <sub>D3</sub>	S <sub>D4</sub>	S <sub>D5</sub>	650		

Рис.3 – Транспортные таблицы для товаров T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, T<sub>3</sub>

Для поиска начального базисного решения можно использовать метод наименьшей стоимости, который позволяет построить достаточно близкое к оптимальному опорное решение. Чтобы проверить оптимальность опорного плана для каждого товара, необходимо найти потенциалы строк и столбцов ( $u_i$  и  $v_j$ ), полагая, что для всех базисных ячеек  $u_i + v_j = S_{ij}$ . Затем определить потенциалы всех небазисных ячеек, а при наличии ячеек с положительным потенциалом осуществить поиск ячейки, которая будет включена в базис на следующей итерации. Оптимальность нового базисного решения проверяется вычислением новых потенциалов.

В результате выполнения работы было подтверждено утверждение [1], что рассмотрение 3-х транспортных моделей даёт решение, совпадающее с оптимальным решением полной задачи. Следовательно, для упрощения решения задачи транспортировки нескольких видов товаров данный подход может быть использован. Однако следует заметить, что если между разными продуктами существует связь (например, один продукт можно заменять другим), то в общем случае исходную модель не удаётся разбить столь просто.

#### **Список литературы:**

1. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций [Текст] / Таха Хемди А. – Москва., Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.