УДК 681.5:517.444

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-РАСПРЕДЕЛЕНИЙ КЛАССА КОЭНА В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Федосенков Д.Б. [1], к.т.н, начальник отдела управления активами
Симикова А.А. [2], к.т.н., преподаватель
Сулимова А.А. [2], аспирант гр. МРа-201, I курс
Ерошевич К.В. [2], аспирант гр. МРа-191, II курс
Федосенков Б.А. [2], д.т.н., профессор
[1] Сибирская генерирующая компания, г. Москва
[2] Кузбасский государственный технический университет имени Т.Ф. Горбачева, г. Кемерово

Существует большое число вейвлет-распределений время-частотного типа [1, 2, 3, 4, 5] различающихся функциональными формами и свойствами. Но, несмотря на это, можно сформулировать определенный унифицированный подход, который позволяет исследовать свойства всех этих распределений с одинаковых позиций. В данном исследовании представлен подход, позволяющий выделить из них распределения с требуемыми свойствами. Свойства каждого конкретного распределения зависят от условий, наложенных на его ядро. Поэтому, анализируя ядро, можно определить и общие свойства самого распределения.

Располагая общим методом представления время-частотных вейвлет-распределений, можно разрабатывать практические методы анализа и фильтрации сигналов в рамках систем управления технологическими процессами.

Обобщенная форма распределения [2, 4]:

$$P(t,\omega) = \frac{1}{4\pi^2} \iiint e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\theta u} \varphi(\theta,\tau) \cdot s*\left(u - \frac{1}{2}\tau\right) s\left(u + \frac{1}{2}\tau\right) du\, d\tau\, d\theta \quad (1)$$

Ядро этого распределения является функцией времени и частоты, а также сигнала. Если полагать, что оно не зависит ни от времени / частоты, ни от характера сигнала, то такая сигнальная время-частотная независимость гарантирует *инвариантность* распределения относительного времени и частоты. Такие распределения – билинейны, поскольку сигнал входит в них дважды.

Один важный подкласс составляют распределения, ядра которых зависят от произведения аргументов, то есть имеют вид:

$$\varphi(\theta,\tau) = \varphi_{PR}(\theta\tau) \quad (2)$$

Для упрощения обозначений нижний индекс *PR* будем опускать, так как он используется только для обозначения случая, когда рассматривается или общий случай, или произведение, характеризуемое числом переменных, приписываемых функции $\varphi(\theta,\tau)$. Выражения для некоторых распределений и соответствующих им ядер приведены в Таблице 1. Распределения, приведенные в таблице 1 относятся к распределениям класса Коэна [2].

С целью определения конкретного распределения можно использовать так называемую «функцию неопределенности» [4] или же выражение:

$$\varphi(\theta,\tau) = \frac{\iint e^{j\theta t + j\tau\omega} P(t,\omega)dt\,d\omega}{\int e^{j\theta u} s*(u-\frac{1}{2}\tau)\, s\left(u+\frac{1}{2}\tau\right)du} \tag{3}$$

которое получается из выражения (1) с помощью обратного преобразования Фурье.

Таблица 1. Время-частотные распределения класса Коэна и их ядра

Наименование распределения	Ядро $\varphi(\theta,\tau)$	Запись распределения
Вигнера-Вилле	1	$\frac{1}{2\pi}\int_0^t \exp(-j\omega\tau)\, x^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) x\left(t+\frac{\tau}{2}\right) d\tau$
Марджено-Хилла	$Cos\left(\frac{\theta\tau}{2}\right)$	$Re\frac{1}{\sqrt{2\pi}} x(t)\exp(-j\omega\tau)S^*(\omega)$
Рихачека	$\exp\left(j\frac{\theta\tau}{2}\right)$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} x(t)\exp(-j\omega\tau)S^*(\omega)$
Фазонормированный синус	$\frac{\sin\alpha\theta\tau}{\alpha\theta\tau}$ $\alpha = const$	$\frac{1}{4\pi\alpha}\int_0^t \frac{1}{\tau}\exp(-j\omega\tau) \int_{t-\alpha\tau}^{t+\alpha\tau} x^*\left(u-\frac{\tau}{2}\right) x\left(u+\frac{t}{2}\right) du d\tau$
Пейджа	$\exp\left(j\frac{\theta\lvert\tau\rvert}{2}\right)$	$\frac{\partial}{\partial t}\lvert\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t x(t)\exp(-j\omega\tau)\rvert^2$
Чуи-Уилльямса	$\exp\left(-\frac{\theta^2\tau^2}{\sigma}\right)$	$\frac{1}{4\pi^{2/3}}\iint\left(\frac{\tau^2}{\sigma}\right)^{-0.5} exp\left\{\left[\frac{(u-t)^2}{\frac{4\tau^2}{\sigma}}\right]-j\omega\tau\right\} x^*\left(u-\frac{\tau}{2}\right) x\left(u+\frac{\tau}{2}\right) du d\tau$
Спектрограмма	$\int_0^t h\left(u-\frac{\tau}{2}\right) h\left(u+\frac{\tau}{2}\right) \exp(-j\theta u)\, du$	$\left\lvert\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t \exp(-j\omega\tau)\, x(\tau)h(\tau-1)d\tau\right\rvert^2$

Время-частотные преобразования класса Коэна целесообразно вводить в системы автоматического управления в качестве элементов программного обеспечения в связи с их особенностью, позволяющей эффективно – с максимально прозрачной и информационно ёмкой способностью – использовать этот математический аппарат как средство инновационных и цифровых технологий в научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработках современных производств.

Список литературы:

1. Федосенков, Д. Б. Время-частотные распределения класса Коэна измерительных сигналов как средство мониторинга технологических процессов / Д.Б. Федосенков, А.А. Симикова, С.М. Кулаков, Б.А. Федосенков // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия, 2019, Том 62, № 4. – С. 324–329.

2. Cohen, L. Time-frequency analysis. – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995. – 299 p.

3. Boashash, B. Measures, performance assessment, and enhancement TFDs. – In Time-frequency signal analysis and processing: a comprehensive reference / B. Boashash // Academic Press. – 2016, January. – P. 387–452.

4. Mallat, S. A wavelet tour of signal processing / S. Mallat. – New York: Academic Press (2nd Ed.), Ecole Politechnique, Paris; Courant Institute, New York University, Library of Congress Catalog Card Number: 99-65087, 1999; Reprinted 2001. – 637 p.; 3d Edition. The Sparse Way. Academic Press, 2008. – 832 p.

5. Auger F., Chassande-Mottin E. Quadratic time-frequency analysis I: Cohen's class / Chapter in: Time-frequency analysis: concepts and methods. ISTE. 2008 (January). – P. 131–163.