

УДК 51(075.8)

РОЛЬ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА В ИСТОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

Липина Г.А., старший преподаватель
Глухов К. В., студент гр. АЭб-161, 1курс
Научный руководитель: Казунина Г.А., д.т.н., профессор
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Середина 19 века была временем важных открытий как в физике, так и в математике. Огромную работу в изучении магнитной индукции проделал английский ученый Майкл Фарадей. Он происходил из очень бедной семьи и в девятилетнем возрасте работал разносчиком газет. Его любознательность двигала им, и он читал все газеты, которые разносил. Тем самым юный ученый расширял свой кругозор и знакомился с новыми людьми. Работа секретарем у Сэра Деви позволила будущему ученому путешествовать по миру и знакомиться с такими выдающимися физиками как Алессандро Вольта, Жозеф Луи Гей-Люссак, Андре Ампер. Под влиянием этих людей Фарадей начал довольно успешно заниматься наукой. Свое первое открытие он сделал в 1821 году, немного позже эксперимента Эрстеда, в котором было обнаружено, что магнитная стрелка компаса отклоняется рядом с проводником, по которому течет ток. Этот эксперимент Эрстеда натолкнул Майкла Фарадея на мысль: «Будет ли двигаться проводник с током, если зафиксировать магнит?». Этим опытом ученому удалось сконструировать тривиальный электромотор.

После этих открытий стало понятно, что электричество обладает магнитной силой. Майкл Фарадей поставил перед собой очередную цель: «Превратить магнетизм в электричество», именно эту запись он оставил у себя в дневнике в 1822 году. И только почти спустя 10 лет 29 августа 1831 года он пришел к выводу, что только меняющееся со временем магнитное поле может породить электрический ток, то есть он открыл явление электромагнитной индукции. Но что же он делал почти 10 лет? Его идея была совершенно правильной, однако ему мешало не очень хорошее расположение приборов в его лаборатории: гальванометр был в другой комнате. И лишь только чудесный случай, из-за которого ему пришлось перенести все оборудование в одну комнату, помогло ему сделать столь важное для всего человечества открытие. Майкл Фарадей своим опытом открыл явление электромагнитной индукции - явление возникновения электрического тока в

замкнутом контуре во время изменения числа магнитных линий, пронизывающих этот контур. Так же он установил, что значение электрического тока не зависит от причины изменения магнитного поля.

Примерно в это же самое время в мире математики также происходили новые открытия. Математикам не хватало основных типов чисел для описания окружающей физической реальности. Для некоторых величин помимо численного значения нужно было знать и направление. Так появилось понятие направленного отрезка (вектора) – абстракции математических объектов. Термин «вектор» ввел Уильям Роуан Гамильтон (ирландский математик и физик, иностранный член-корреспондент Петербургской Академии Наук) в связи с открытием кватернионов в 1845 году. Помимо этого термина Гамильтону так же принадлежат понятия: «скаляр», «скалярное произведение», «векторное произведение», «коллинеарность и компланарность векторов», «ориентация векторной тройки». Гамильтон впервые описал дифференциальный оператор «Набла» (оператор Гамильтона) и многие другие понятия из векторного анализа. Так появился векторный анализ, основными понятиями которого стали «градиент», «дивергенция», «ротор» и «лапласиан». Почти одновременно с Гамильтоном работали и другие математики: Герман Грассман, Уильям Клиффорд и другие. Они подошли к изучению векторного анализа немного с другой стороны. Конечный вид векторный анализ приобрел в трудах американского физика и математика Джозайна Гиббса. Джозайн Уиллард Гиббс опубликовал обширный учебник по векторному анализу в 1901 году. Гиббс в своих трудах связал связь векторного анализа с теорией кватернионов и алгеброй Грассмана.

В начале 19 века физики Эрстед, Ампер и другие, развивая электромагнитную теорию, не пользовались понятиями электрического и магнитного полей. Представление о поле было введено Фарадеем. Однако, эта концепция не находила широкого применения до тех пор, пока шотландский физик Джеймс Клерк Максвелл, развивая идеи Фарадея, и используя результаты векторного анализа, не показал, что все электрические и магнитные явления могут быть описаны всего четырьмя уравнениями (1869 год), содержащими электрические и магнитные поля. Максвелл придал идеям Фарадея строгую математическую форму, создал теорию электромагнитного поля, предсказал существование электромагнитных волн и выдвинул идею электромагнитной природы света.

Рассмотрим уравнения Максвелла. Первое уравнение связывает электрическое поле с его источниками, электрическими зарядами:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad \iint_{\Sigma} (\vec{E}, \vec{n}) d\sigma = \iiint_V \operatorname{div} \vec{E} dv.$$

Второе уравнение:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{или} \quad \iint_{\Sigma} (\vec{B}, \vec{n}) d\sigma = 0$$

является математическим выражением факта отсутствия изолированных магнитных зарядов.

Третье уравнение выражает закон электромагнитной индукции Фарадея: изменение магнитного поля порождает электрическое поле.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}.$$

Анализируя полученные уравнения, и основываясь на симметрии законов природы, Максвелл выдвинул гениальную гипотезу. Если изменение магнитного поля приводит к возникновению электрического поля, то должно быть справедливо и обратное: изменение электрического поля должно сопровождаться возникновением магнитного поля. Так появилось четвертое уравнение:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \vec{j} - \frac{1}{c^2} \frac{d\vec{E}}{dt}.$$

Максвелл предсказал испускание поперечных электромагнитных волн при ускоренном движении электрических зарядов, существование конечной скорости распространения электромагнитных воздействий, которая оказалось равной скорости света в вакууме $3 \cdot 10^8$ м/с. Из этого Максвелл сделал очень важное заключение: свет есть форма электромагнитной волны.

Покажем в качестве примера, как получить «правило потока» для цепей с использованием теоремы Стокса. Записываем циркуляцию электрического поля, заменяя ротор электрического поля через третье уравнение Максвелла:

$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = \iint_{\Sigma} (\operatorname{rot} \vec{E}, \vec{n}) d\sigma = -\iint_{\Sigma} \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \vec{n} \right) d\sigma.$$

Здесь C произвольная замкнутая кривая, а Σ - любая поверхность, ограниченная этой кривой. Считая, что контур - это математическая кривая, и она зафиксирована в пространстве, а поверхность фиксирована, можно вынести производную по времени за знак интеграла:

$$\oint_C (\vec{E}, d\vec{l}) = \iint_{\Sigma} (\operatorname{rot} \vec{E}, \vec{n}) d\sigma = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_{\Sigma} (\vec{B}, \vec{n}) d\sigma.$$

Отсюда видно, что интеграл слева - это электродвижущая сила, а в правой части уравнения с обратным знаком стоит скорость изменения магнитного потока внутри контура.

Во времена Максвелла ученые не могли понять правильность его последней формулы, так как в то время еще невозможно было провести необходимые эксперименты. Однако, после экспериментального обнаружения электромагнитных волн Генрихом Герцем в 1887 году, через 8 лет после смерти Максвелла, теория Максвелла стала общепризнанной. Уравнения Максвелла, в которых сведены воедино все законы электромагнетизма, являются величайшим триумфом человеческой мысли, результатом взаимодействия научных достижений в математике и физике.

Список литературы

1. Александрова, Н.В. Из истории векторного исчисления /Н.В. Александрова // - М.: URSS. – 2013. - 272с.
2. Фейнман, Р. Фейнмановские лекции по физике. Том 5. Электричество и магнетизм /Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс // - М.: Мир. – 1977. – 294 с.