

УДК 51

## СИММЕТРИЯ

Гутова Е.В., старший преподаватель  
Скутина А.В., студентка гр. ЭУб-161, I курс  
Кузбасский государственный технический университет  
имени Т.Ф. Горбачева  
г. Кемерово

Определение 1: Термин «симметрия» в переводе с греческого означает «соразмерность, пропорциональность, одинаковость в расположении частей». Тем не менее математически строгое представление о симметрии сформировалось сравнительно недавно – в XIX веке. В наиболее простой трактовке (по Г. Вейлю) современное определение симметрии выглядит так: симметричным называется такой объект, который можно как-то изменять, получая в результате то же, с чего начали. То есть: понятие о симметрии предполагает неизменность объекта по отношению к каким-то преобразованиям, выполняемым над объектом.

Взять, скажем, букву П. Ее считают симметричной, а букву И – асимметричной. Буква И кажется кособокой, и это бросается в глаза. Но на самом деле И – тоже является симметричной буквой. Докажем это и сравним ее с П. Проведем на фигуре, изображающей П, вертикальную линию, как показано на рисунке 1.

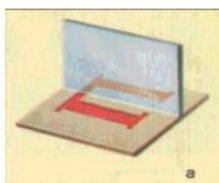


Рис. 1.

Если отразить каждую точку фигуры П относительно вертикальной линии, проходящей через ее середину, то вся фигура перейдет сама в себя. В этом состоит ее симметрия. Но существует такое же простое действие, которое переводит И в само себя. А именно необходимо провести линию, перпендикулярную плоскости чертежа, через середину перекладины и повернуть всю фигуру на  $180^\circ$ . Очевидно, что она совместима сама с собой, в точности так, как П при отражении относительно средней линии. Таким образом, мы доказали, что И также симметрична, как и П, но ее симметрия проявляется при другой операции (рисунок 2).



Рис. 2.

Если отойти от привычного представления о симметрии как свойства, непременно связанного с внешним обликом, то мы сможем найти множество фигур, симметричных в том или ином отношении.

Например, фигуры В или К тоже можно назвать симметричными. Они тождественно симметричны. То есть совмещаются с собой только при повороте на  $360^\circ$ .

Хотя, на мой взгляд, есть и более симметричные фигуры, чем И и П. В русском алфавите наиболее симметрична буква О. С ней можно произвести три операции: отразить относительно вертикальной линии, проходящей через середину, относительно такой же горизонтальной линии, и еще можно повернуть О на  $180^\circ$  вокруг линии, перпендикулярной плоскости чертежа и тоже проходящей через середину. Здесь три различные операции симметрии, кроме тождественной.

Существует несколько видов симметрии. Основных из них три:

1. поворотная – не меняет ориентацию предмета в пространстве.
2. зеркальная – меняет ориентацию предмета в пространстве.
3. переносная – меняет ориентацию предмета в пространстве.

Симметрия так же связана с замощением пространства (например, все пространство заполнено кубами).

Изучение симметрии тесно связано с теорией групп. С ее помощью можно смоделировать различные как физические, так и математические системы. В процессе развития данной теории был создан мощный инструментарий, который во многом определяет специфику общей алгебры в целом и помогает в изучении смежных разделов математики.

Определение 2: Группа – набор преобразований пространства ( $R_3$ ) или плоскости ( $R_2$ ). Это множество должно удовлетворять двум условиям:

1. Последовательное выполнение двух преобразований будет снова преобразование того же множества.  $T_1T_2 \in G$ , если  $T_1, T_2 \in G$ .
2. Каждое преобразование имеет обратное. Например: поворачиваем фигуру на  $45^\circ$ . Обратное действие – поворот на  $-45^\circ$ .  $T^{-1} \in G$ , если  $T \in G$ .
3. Ассоциативность или «независимость от расстановки скобок»  
 $T(SW) = (TS)W$ .

#### Симметрия кристаллов

Определение 1: Симметрия кристаллов – свойство кристаллов совмещаться с собой при поворотах, отражениях, параллельных переносах

либо при части или комбинации этих операций. Симметрия внешней формы (огранки) кристалла определяется симметрией его атомного строения, которая обуславливает также и симметрию физических свойств кристалла.

Саму правильную форму кристаллов издавна объясняли симметричным расположением атомов. Существование атомов было еще гипотезой, но внешнее проявление стройного порядка, тем не менее, заставляло предполагать внутреннюю причину. Возможно правильные пирамиды, сложенные из пушечных ядер, которые когда-то делались круглыми, наводили на мысль, что огранка кристаллов обязана способности атомов самостоятельно укладываться в стройном порядке. Слово «атом» значит неделимый, атомы считали такими же круглыми, гладкими и твердыми, как ядра.

В науке о кристаллах есть понятие плотной упаковки такой, как в пирамиде, сложенной из шаров, что привело к изучению видов их симметрии.

Существуют двумерные кристаллы и трехмерные, расположенные на плоскости. Двумерные кристаллы существуют и реально в виде пленок некоторых веществ толщиной в одну молекулу, нанесенных на поверхность другого вещества.

Любую трансляцию плоской сетки легко представить в виде комбинации некоторого целого числа таких элементарных переносов. Результативный перенос никак не зависит от того, в каком порядке осуществлялись частичные переносы. Два переноса всегда, как говорят, будут перестановочными.

Точечные группы помогают описывать симметрию кристаллов. В кристаллографии запрещена точечная симметрия 5-го, 7-го порядка и выше, однако в природе ее можно наблюдать довольно часто.

Функции, описывающие зависимость различных свойств кристалла от направления, имеют строго определенную точечную симметрию, которая связана с группой симметрии огранения кристалла. Она (точечная симметрия) либо выше нее по симметрии, либо совпадает с ней.

Кристаллы допускают операции симметрии двух видов: во-первых, вращения и отражения и, во-вторых, трансляции. Однако не любые вращения совместимы с трансляциями. Переносить удастся только такие многоугольники, которые равномерно покрывают всю плоскость.

Перечислим эти многоугольники. Прежде всего плоскость можно вымостить прямоугольниками (рисунок 3). Такая плоскость совмещается сама с собой при повороте на  $180^\circ$ . Плоскость, вымощенная неравносторонними параллелограммами – есть только поворот на  $360^\circ$ , или тождество.

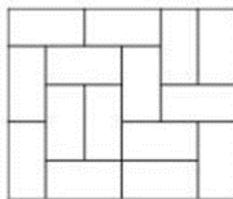


Рис. 3.

Равнобедренные треугольники не дают ничего нового по сравнению с рисунком 3 в смысле поворотов или отражений. Если провести диагонали прямоугольников, то вместе со сторонами они как раз дадут сетку из равнобедренных треугольников.

Паркеты с большей симметрией, чем у прямоугольников, дадут равносторонние треугольники, квадраты и правильные шестигранники.

А пятиугольники? Угол между сторонами правильного пятиугольника равен  $108^\circ$ . Если сложить три пятиугольника вместе, то останется просвет в  $360^\circ - 3 \cdot 108^\circ = 36^\circ$  (рисунок 4). А четырьмя пятиугольниками будет тесно. Годятся только такие правильные многоугольники, у которых угол при вершине целое число раз укладывается в  $360^\circ$ .

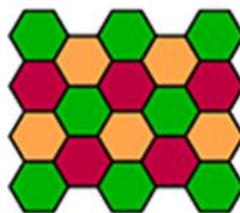


Рис. 4.

Итак, симметричные паркеты можно складывать из прямоугольников, квадратов, треугольников и шестиугольников (разумеется, правильных; рисунок 5). Это значит, что паркет, или плоская сетка, симметричная относительно переносов, не допускает никаких углов поворота, кроме  $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 180^\circ$ , или целых кратных от них. В пространственных, реальных кристаллах не может быть других углов поворота.



Рис. 5.

Все возможные типы симметрии кристаллов были теоретически открыты раньше, чем физика начала изучать реальное атомное строение кристаллов.

Без классификации кристаллов по типам симметрии не удалось бы привести кристаллографию в стройную систему.

Есть тридцать два вида симметрии относительно вращений и отражений.

Если же явно включить сюда и трансляции, т.е. переносы, то получается всего 230 видов. Трудную задачу нахождения всех этих видов, с помощью теории групп, решили в 1893 году Федоров и Шенфлис, отчасти соревнуясь, отчасти помогая друг другу.

#### Заключение

«Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство» (Вейль Г.).

«Принцип симметрии охватывает все новые области. Из области кристаллографии, физики твердого тела, он вошел в область химии, в область молекулярных процессов и в физику атома» (Вернадский В.И.).

Невозможно не согласиться с высказываниями известных математиков, потому что принципы симметрии играют важнейшую роль в научном познании мира. Любая научная классификация основана на выделении свойств симметрии в классифицируемых объектах. Так в биологии классификация видов животных и растений основана именно на этом принципе: в рамках одного вида классифицированы разные животные, имеющие сходные признаки.

Понятие «симметрия» характеризуется определенной структурой, объединившей в себе три фактора:

- 1) объект (явление), симметрия которого рассматривается;
- 2) преобразования, по отношению к которым рассматривается симметрия;
- 3) инвариантность (неизменность, сохранение) каких-то свойств объекта, выражающая рассматриваемую симметрию.

Симметрия пронизывает наш мир гораздо глубже, чем мы можем себе представить. Если бы не было симметрии в природе, то не было бы солнечной системы, галактик, планет и нас. А все почему? Потому что все несимметричные процессы неустойчивы.

Симметрия не просто вокруг нас – она в основе всего.

#### Список литературы:

1. Вейль Г. Симметрия. – М.: Наука, 1968.
2. Компанеец А.С. О симметрии. – М.: Знание, 1965.
3. Тарасов Л. Этот удивительный симметричный мир. – М.: Просвещение, 1982.

4. «Википедия» свободная энциклопедия [Электронный ресурс] /Текст доступен по лицензии Creative Commons Attribution-ShareAlike - Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Теория\\_групп](https://ru.wikipedia.org/wiki/Теория_групп) , свободный- с Загл.экрана
5. Энциклопедия физики и техники [Электронный ресурс]/ Режим доступа: [http://femto.com.ua/articles/part\\_2/3634.html](http://femto.com.ua/articles/part_2/3634.html), свободный- с Загл.экрана