УДК 621.313

ОПТИМИЗАЦИЯ МОМЕНТНОГО ДВИГАТЕЛЯ МЕТОДОМ БОКСА-УИЛСОНА

Батарин Н.В., магистрант гр. 14 ЭТ, 11 курс
Научный руководитель: Овсянников В.Н., к.т.н., доцент
Самарский государственный технический университет
г. Самара

Рассмотрим пример решения практической задачи оптимизации проектируемого моментного электродвигателя с ограниченным углом поворота ротора и возбуждением от постоянных магнитов, предназначенного для использования в авиационной технике.

Основной задачей проектирования любого электромеханического преобразователя, в том числе и моментного двигателя (МД), является создание конкурентоспособного варианта машины, который имел бы наилучшие технические и экономические показатели.

Основные задачи при создании электроприводов и, в частности их электромеханической части – моментных двигателей, для авиационного электрооборудования сформулированы в [1] следующей последовательности:

- повышение надежности (вероятности безотказной работы в заданное время) системы;
- снижение относительной массы, уменьшение габаритов и повышение энергетических показателей электрических машин;
- повышение конкурентоспособности изделий, в том числе за счет снижения их себестоимости.

Эти задачи могут быть решены при применении системного подхода к процессу автоматизированного проектирования, заключающегося в создании адекватной математической модели машины, учитывающей массогабаритные, энергетические, стоимостные показатели, характеристики ее надежности. Несомненно, что для получения математической модели требуется решить задачу расчета магнитного поля машины. Моментный двигатель (МД) с органическим углом поворота ротора из-за своих особенностей (беспазовой конструкции обмотки статора, вынесенной в воздушный зазор) не может рассчитываться по традиционным инженерным методикам.

Оптимизация МД методом Бокса – Уилсона.

Как отмечалось выше, для осуществления метода наискорейшего спуска необходимо знать составляющие антиградиента функции. Когда это невозможно сделать, как в рассматриваемом случае, градиент заменяется его оценкой

$$\overrightarrow{grad}(y) \approx \hat{F}(x_{10}, x_{20}.....x_{n0})$$

в точке $(x_{10}, x_{20},\dots, x_{n0})$, которая называется точкой нулевого уровня и является исходной при движении по градиенту(антиградиенту). Приближение заключается в замене частных производных на конечные разностные отношения.

Метод Бокса – Уилсона состоит в повторении процедуры:

- построение факторного эксперимента в окрестности точки нулевого уровня;
- вычисление оценки градиента в этой точке по результатам эксперимента;
- крутое восхождение (спуск) в направлении оценки градиента (антиградиента);
- нахождение оценки максимума (минимума) функции отклика по этому направлению.

В дальнейшем будем рассматривать только метод наискорейшего спуска (движение по антиградиенту) для нахождения глобального минимума функции цели, так как главные параметры МД – масса, масса магнитов и себестоимость – требуют минимизации.

Построение матрицы факторного эксперимента и вычисление оценки градиента.

Наиболее удобным инструментом для вычисления оценки градиента является хорошо разработанный и апробированный метод факторного эксперимента [2], заключающийся в том, что в окрестностях точки нулевого уровня строится согласно матрице планирования эксперимента план, в вершинах которого рассчитывается значение функции цели. По этим значениям поверхность отклика в окрестностях нулевой точки заменяется аппроксимирующей плоскостью, коэффициенты наклона к осям которой дают оценку градиента в этой точке.

Первый этап – этап выбора исходной точки начала оптимизации. Так как мы получили достаточно полную предварительную информацию о поверхности отклика, то выбор исходной точки не представляет затруднений. Обычно выбирается точка, близкая к предполагаемому экстремуму. Но для проверки работоспособности алгоритма и исследования поверхности на возможные локальные экстремумы, целесообразно провести несколько серий крутых спусков с различными исходными точками.

Для первого примера выберем исходную точку с координатами:

$X_{10} = p = 2$; $X_{20} = P_0 = 25$ Вт; $X_{30} = l_m = 0{,}027$ м;

$X_{40} = b_m = 0{,}022$ м; $X_{50} = n_{сл} = 3$; $X_{60} = B_\delta = 0{,}45$ Тл.

Для интервалов варьирования примем следующие значения

$\Delta X_1 = 0$; $\Delta X_2 = 0{,}5$Вт; $\Delta X_3 = 0{,}0005$ м;

$\Delta X_4 = 0{,}0002$м; $\Delta X_5 = 0$; $\Delta X_6 = 0{,}002$ Тл.

Значения интервалов ΔX_1и ΔX_5равные нулю приняты из-за того, что при крупнодискретном изменении варьируемого параметра возможны “качания” решения.

Вторым этапом оптимизации методом наискорейшего спуска является формирование матрицы планирования эксперимента.

Известно, что для полного факторного эксперимента (ПФЭ), когда реализуются все возможные сочетания уровней факторов, необходимо выполнить

$K=2^n$ опытов. Для рассматриваемой задачи n = 6, K = 64. Если учесть, что при движении к оптимуму придётся несколько раз корректировать направление, то количество расчётов становится внушительным.

Но для расчёта шести составляющих градиента 64 испытания излишни. Поэтому вместо ПФЭ проведём его четверть-реплику с шестнадцатью опытами. Для этого столбцы в матрице дробного факторного эксперимента $K=2^{6-2}$ (ДФЭ), соответствующие факторам X_5 и X_6 организуем, используя генерирующие соотношения:

$X_5 = X1 \cdot X2 \cdot X_3 \cdot X_4$

$X_6 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$Генерирующие соотношения высокого порядка взяты потому, что эффект тройного и, тем более, четверного, взаимодействия всегда меньше, чем парное влияние. В таблице 1 показана матрица ДФЭ $K = 2^{6-2}$.

Знаки ”+” соответствуют +1 в кодированных значениях, знаки “-” – (-1) (верхний и нижний уровень соответственно).

Каждая строка матрицы с соответствующим набором уровней факторов представляет собой один вариант расчёта параметра оптимизации.

Следующим этапом оптимизации является расчет разностных отношений, определяющих оценки градиента в точке нулевого уровня

$$b_j = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot k(i, j) \cdot \Delta x_j$$
,

где n – число опытов (в примере n = 16);

j – номер фактора;

i – номер опыта;

y_i – i-тое значение параметра оптимизации;

$k(i, j)$ – соответствующее кодированое значений фактора из матрицы ДФЭ; ($k(i, j)$ принимает значения ±1);

Δx_j – интервал варьирования j-того фактора.

Знак «минус» перед выражением поставлен, чтобы b_j определяло значения оценок составляющих антиградиента для поиска минимума целевой функции.

После расчета разностных отношений b_j (в теории планирования эксперимента они называются коэффициентами регрессии) можно определить предварительные направления поиска экстремума. Положительные значения b_j соответствуют обратной зависимости y от x_j, следовательно, данный фактор в ходе минимизации у необходимо увеличивать, факторы у которых b_j отрицательный, нужно уменьшать.

Таблица 1.Матрица ДФЭ 2^{6-2}

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	Y
1.	-	-	-	-	+	-	y_1
2.	+	-	-	-	-	-	y_2
3.	-	+	-	-	-	+	y_3
4.	+	+	-	-	+	+	y_4
5.	-	-	+	+	+	-	y_5
6.	+	-	+	+	-	-	y_6
7.	-	+	+	+	-	+	y_7
8.	+	+	+	+	+	+	y_8
9.	-	-	-	+	-	+	y_9
10.	+	-	-	+	+	+	y_{10}
11.	-	+	-	+	+	-	y_{11}
12.	+	+	-	+	-	-	y_{12}
13.	-	-	+	-	-	+	y_{13}
14.	+	-	+	-	+	+	y_{14}
15.	-	+	+	-	+	-	y_{15}
16.	+	+	+	-	-	-	y_{16}

Для движения по линии наикратчайшего спуска требуется выбрать масштаб шагов спуска. Эта операция трудно поддается формализации, а от ее удачного решения во многом зависит эффективность движения по поверхности отклика. При неоправданно мелком шаге на результат накладывается соизмеримая ошибка округлений и резко возрастает число вычислений, а при крупном шаге возникает вероятность на очередном шаге «перескочить» зону оптимума. Вследствие этого в предлагаемой программе оптимизации выбор масштаба шагов движения по линии ската осуществляется самим проектировщиком в диалоговом режиме.

Шаги движения по антиградиенту определяются выражениями

Для первого шага.

$x_{j(1)} = x_{j(0)} + \lambda_0(-g\hat{r}ad\ y)$

или $x_{j(1)} = x_{j(0)} + \lambda_0 \cdot b_j$;

для *m+1* –го шага

$x_{j(m+1)} = x_{jm} + \lambda_m b_j$, где λ_0–масштаб первого шага;

λ_m– масштаб *m*–го шага;

$x_{j(0)}$– нулевой уровень j-го фактора;

x_{jm}– значение x_j фактора на шаге m.

В выражениях масштаб шага λ в общем случае может быть не одинаковым, но для варианта диалогового режима рациональнее принять для каждой серии расчетов $\lambda=const$.

Движение по антиградиенту продолжается пошагово до тех пор, пока спуск эффективен, то есть значение Y уменьшается.

Как правило, область оптимума может быть достигнута после первой серии расчетов только при простейших, близких к линейным, рельефах поверхности отклика. В более сложных, подобных рассматриваемой задаче оптимизации МД, требуется обычно несколько серий спуска с регулярной проверкой и уточнением направления антиградиента.

Список литературы:

1. Овсянников В.Н., Левина Г.Ж., Переверзев А.В. Структура математической модели моментного электродвигателя. В сборнике: Актуальные проблемы энергетики АПК материалы VII международной научно-практической конференции. Под общей редакцией Трушкина В.А.. 2016. С. 171-173.

2. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976.