УДК 511

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ

А.С. Хасанова, К.А. Москалёва, студентки группы ЭЭб-154, I курс
Научный руководитель: А.В. Чередниченко, ассистент
Кузбасский государственный технический университет
г. Кемерово

Первое упоминание о комплексных числах появилось в 16 веке. Первым, кто затронул в своих работах комплексные числа, был итальянский математик Джероламо Кардано [1]. Джероламо отметил, что при вычислении корней кубических уравнений, иногда приходиться находить корень из отрицательного значения. Но Кардано не придал этому факту особого внимания, так как решение находилось верно. По достоинству оценил комплексные числа итальянский математик Рафаэль Бомбелли. Как раз он первым ввел простейшие правила действий с комплексными числами. Муавр и Котса выдвинули формулы для нахождения корней любой натуральной степени из комплексного числа, которая получила название формула Муавра. Мнимая единица – i была введена Леонардом Эйлером, а Вассел впервые геометрически интерпретировал комплексные числа.

Алгебраическая, тригонометрическая, экспоненциальная - это основные интерпретации комплексных чисел. Краткая характеристика этих форм:

1. Алгебраическая форма соответствует определению комплексных чисел - числа общего вида суммы $x+iy$, где x и y — вещественные числа, i — мнимая единица (число, квадрат которого равен −1). C – общее обозначение множества всех комплексных чисел [2]. Над комплексными числами данной формы проводятся различные операции: сложение, вычитание, умножение и деление.

2. Тригонометрическая форма представляет собой запись вида $z=|z|(\cos\varphi+i\sin\varphi)$, где $|z|$ – это модуль комплексного числа, а φ – аргумент комплексного числа. Упорядоченная пара чисел ($x; y$) изображается в декартовой прямоугольной системе координат точкой с координатами ($x; y$). Таким образом эта точка может служить изображением и для комплексного числа z: между комплексными числами и точками координатной плоскости устанавливается взаимно однозначное соответствие (рис. 1).

3. Экспоненциальной формой комплексного числа называется выражение $z=re^{i\varphi}$, где $r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}$ — модуль комплексного числа, $e^{i\varphi}$ — расширение экспоненты на случай, когда показатель степени является комплексным числом.

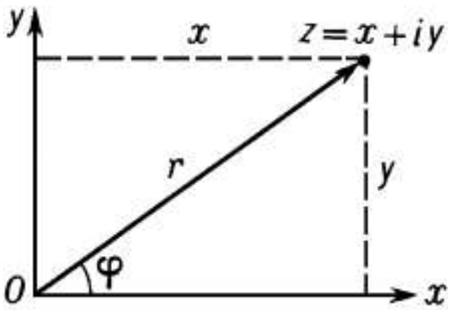

Рис. 1 Геометрическое представление комплексных чисел.

Формула Эйлера связывает между собой тригонометрические и показательные функции: $e^{i\varphi} = \cos\varphi + \sin\varphi$.

Комплексные числа широко используются как в математике, так и в электротехнике. При описании электромагнитных процессов в цепях переменного тока решение множества довольно сложных интегралов, упрощается при применении комплексных чисел [3]. Действительные числа используются для измерения сопротивления - свойства объекта препятствовать прохождению через него электрического тока. А мнимые числа используются для измерения индуктивности (отношения магнитного потока к силе тока в катушке) и емкости (отношения величины электрического заряда к разности потенциалов между пластинами конденсатора).

Применение комплексных чисел позволяет использовать законы, формулы и методы расчетов, которые применяются в цепях постоянного тока, для расчета цепей переменного тока.

В электротехнике «Переменный ток» является одной из важных тем. Так как большинство электротехнических установок работает на переменном токе. Электрические станции вырабатывают переменное напряжение, создающее в обычных электрических цепях переменный ток, но электростанции создают напряжение и ток не просто переменный, а изменяющийся синусоидально.

Уравнение переменного напряжения в общем виде выглядит так:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где u –максимальное значение напряжения (амплитуда); U_m - мгновенное значение напряжения; ω – угловая частота; t – время; φ – начальный фазовый угол; $\omega t = \alpha$ – так называемый электрический угол.

Это уравнение связывает две переменные величины: напряжение u и время t. Аналогичный вид имеет уравнение других синусоидально изменяющихся величин тока:

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)\ , ЭДС(e) = E_m \sin(\omega t + \varphi) \text{ и т.д.}$$

Переменная синусоидальная величина может быть представлена вектором. Длина вектора есть амплитуда, а угол наклона – это начальный фазовый угол. Сложение и вычитание синусоидальных величин заменяется аналогичными операциями над векторами. Однако, при умножении и делении синусоидальных величин без комплексных чисел не обойтись.

На плоскости комплексное число обычно изображается вектором, где длиной является модуль комплексного числа, а угол наклона равен аргументу. Как правило, в электротехнике мнимая единица обозначается символом – j [4] (Рис.2).

Если имеется комплексное число $z = x + jy$, то его можно представить вектором.

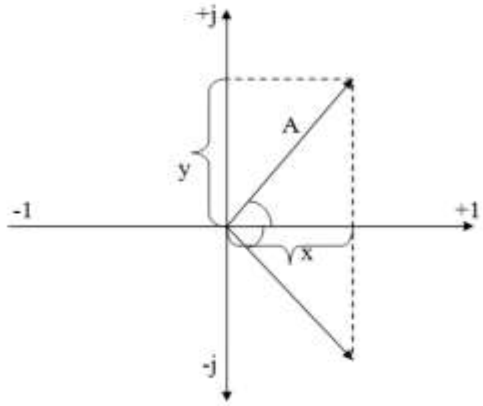

Рис. 2. Представление синусоидальных величин на плоскости.

$|A| = \sqrt{x^2 + y^2}$ - модуль комплексного числа;

$\alpha = arctg\left|\frac{y}{x}\right|$ - аргумент комплексного числа.

В настоящее время комплексное число является одним из фундаментальных понятий математики, которое находит применение в науке, и прикладных областях, таких как физика, компьютерная и космическая индустрия, самолетостроение, химия, вычерчивание географических карт, а также электротехника. В свою очередь они значительно упрощают решение довольно трудных и громоздких задач.

Список литературы:

1) .Комплексные числа. Действительная и мнимая часть. Мнимая единица.[текст], [электронный ресурс] – http://naotlichno.by/teoriya-funkczij-kompleksnogo-peremennogo/37-kompleksnye-chisla-dejstvitelnaya-i-mnimaya-chast-mnimaya-edinicza.html
2) Комплексные числа. .[текст], [электронный ресурс] - http://www.bymath.net/studyguide/alg/sec/alg26.html
3) Комплексные числа в электротехнике. [текст], [электронный ресурс] – http://sibac.info/node/34462 .
4) Л.Д. Ердакова/КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА: методическое пособие. Хабаровск, Дальневосточный государственный университет путей сообщения в г. Уссурийске/ Издательство ДВГУПС, 2014.