УДК 517.8

ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ В ПРИРОДЕ

А.А. Куликов, студент группы ЭЭб-152, I курс
Научный руководитель: А.В. Чередниченко, ассистент
Кузбасский государственный технический университет
г. Кемерово

Что общего имеют такие, казалось бы, не связанные друг с другом природные явления, как расположение семян подсолнечника, элегантная спираль раковины улитки и форма Млечного Пути? Как бы это невероятно ни звучало, ответом на этот вопрос является просто число, известное на протяжении многих веков, которое постоянно появляется в различных творениях природы и искусства. В результате этому числу были даны такие имена, как «божественное сечение», «золотое сечение» и «золотое число». Записать это число практически невозможно, не потому, что оно слишком большое, - оно чуть больше единицы - а потому, что оно состоит из бесконечного ряда цифр, которые никогда не образуют повторяющуюся группу. Поэтому нам придется использовать математическую формулу для записи золотого сечения:

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}6180339887$$

Связь золотого сечения с красотой - вопрос не только человеческого восприятия. Похоже, сама природа выделила Золотому сечению особую роль, когда дело касается предпочтения одних форм другим. Чтобы понять это, придется углубиться в свойства золотого сечения. Возьмем «золотой» прямоугольник [1] и впишем в него квадрат, стороны которого равны ширине нашего прямоугольника. В результате получим новый «золотой» прямоугольник. Повторим эту процедуру несколько раз, как показано на рис. 1.

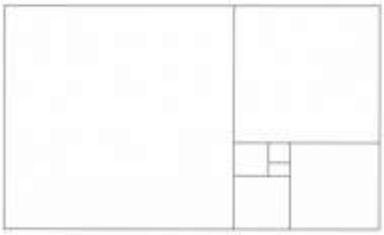

Рис. 1.Золотой квадрат.

Теперь в каждом из квадратов проведем дугу радиус каждой дуги равен длине стороны соответствующего квадрата. В результате рисунок будет выглядеть следующим образом (рис. 2).

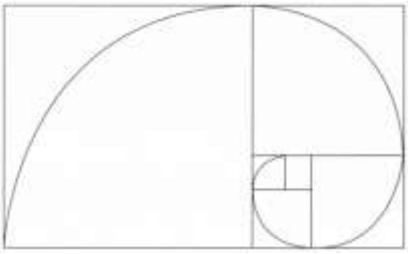

Рис. 2. Логарифмическая спираль.

Эта элегантная кривая называется *логарифмической спиралью.* Она вовсе не является математическим курьезом наоборот, эта замечательная линия часто встречается в физическом мире: от раковины наутилуса (рис. 3) до элегантной спирали лепестков распустившейся розы (рис. 4).

Рис. 3. Раковина наутилуса.

Рис. 4.Роза.

На примере королевы цветов мы вступаем в другую область, где тоже господствует золотое сечение: мир растений. Присутствие золотого сечения здесь неочевидно и требует введения нового математического понятия: последовательности Фибоначчи [2]. Эта последовательность чисел, описанная итальянским математиком в XIII веке, начинается с двух единиц, а каждое следующее число равно сумме двух предыдущих. Вот первые пятнадцать чисел этой бесконечной последовательности: *1,1, 2, 3, 3, 8,13, 21, 34, 55, 89,144, 233, 377, 610*.

Частное от деления любого числа последовательности на предшествующее ему число будет стремиться к Φ, давая все более точное значение для каждого следующего числа последовательности. Покажем это:

$$1/1 = 1 \cdot 2/1 = 2 \cdot 3/2 = 1{,}5 \cdot 5/3 = 1{,}666\ldots,\ 8/5 = 1{,}6 \cdot 13/8 = 1{,}625 \cdot 21/13 == 1{,}615348\ldots,$$

$$34/21 = 1{,}61904\ldots,\quad 55/34 = 1{,}61764\ldots,\quad 89/54 = 1{,}61818\ldots,$$

$$144/89 = 1{,}61797\ldots,\quad \Phi = 1{,}6180339887\ldots.$$

Для сорокового числа последовательности частное совпадает с «золотым» числом с точностью до четырнадцатого десятичного знака. Связи между золотым сечением и числами Фибоначчи многочисленны и неожиданны. Достаточно отметить, насколько невероятна эта связь между абстрактным царством чисел и физической реальностью.

Чтобы показать это, рассмотрим еще один цветок, внешне сильно отличающийся от розы, — подсолнечник с семенами (рис.5).

Рис. 5.Подсолнух.

Первое, что мы видим, — семена расположены по спиралям двух видов: по часовой стрелке и против часовой стрелки. Если мы посчитаем спирали по часовой стрелке и против часовой стрелки, то получим два, казалось бы, обычных числа: *21* и *34*.

В структуре цветка появились два идущих друг за другом числа из последовательности Фибоначчи. Если мы проведем такой же эксперимент с другим цветком подсолнечника, вполне вероятно, что мы получим другую пару чисел из этой последовательности, например, *55* и *89*. Листья большинства растений с высоким стеблем расположены по спирали и, как правило, следуют определенному закону, который выполняется для всех видов растений. Закон гласит, что угол, образуемый двумя последовательными листьями, является постоянным и называется *углом расхождения*. Этот угол может быть выражен в градусах или в виде дроби, где в числителе стоит число оборотов вокруг стебля, начиная с одного листа до такого же выше по стеблю, а в знаменателе стоит число листьев, расположенных на спирали между этими двумя листьями.

По-настоящему сложный вопрос заключается в том, откуда растения «знают», что их листья должны быть расположены в соответствии с последовательностью Фибоначчи? Дело в том, что стебель растения имеет коническую форму. Листья на стебле растут радиально, если смотреть на растение сверху. Огюсто Браве заметил, что каждый следующий лист повернут примерно на *137,5°* от предыдущего (рис.6).

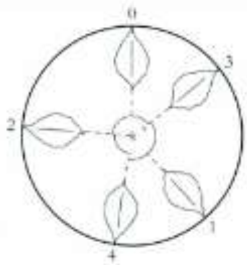

Рис. 6. Лист подсолнечника.

Ветви деревьев расположены так же, как и листья растений. Опять же, ветви растут не одна над другой, а по спирали. Размер дерева меняется по ходу его роста, но пропорции между высотой и длиной его ветвей сохраняются, как и общая форма. Благодаря этому опытный наблюдатель может отличить один вид от другого на расстоянии, не рассматривая листья или кору вблизи, (рис.7).

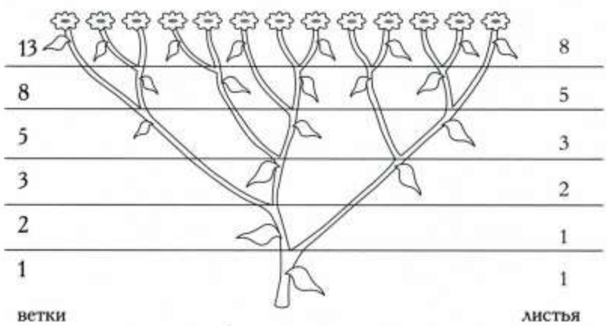

Рис. 1. Тысячелистник птармика (Achillea ptarmica) (ветки и листья расположены в соответствии с последовательностью Фибоначчи).

Число лепестков многих цветов также соответствует некоторым членам последовательности Фибоначчи, например, у сирени (3 лепестка), лютика (3), шпорника (8), календулы (13) и астры (21). Различные виды ромашки имеют разное количество лепестков, но это всегда числа Фибоначчи (21, 34, 55, 89),(рис.8).

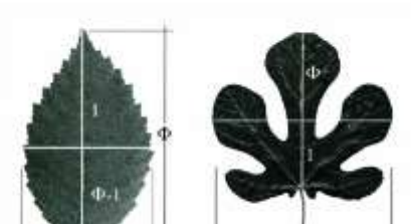

Рис. 2. Листья шершавого вяза (Ulmus glabra) и фигового дерева (Ficus carica) имеют форму в соответствии с золотой пропорцией.

Может показаться, что, как и в архитектуре, золотая пропорция в растениях встречается неестественно часто и явно. Тем не менее, строгие эксперименты в этой области дают пищу не только для размышлений, но и для эстетического наслаждения.

Список литературы:

1. Корбалан, Ф. Золотое сечение. Математический язык красоты / Пер. с англ. М: Де Агостини // Мир математики. Т.1, 2014. -160с.
2. Свободная энциклопедия Википедия, статья «Числа Фибоначчи» [электронный ресурс]. https://ru.wikipedia.org/wiki/Числа_Фибоначчи.