УДК 311

МАТЕМАТИКА В БАНКОВСКОЙ СФЕРЕ

К.А. Кочеткова, МБОУ «СОШ №15»
Научный руководитель: Е.А. Николаева, к.ф.-м.н., доцент
Кузбасский государственный технический университет
имени Т.Ф. Горбачева
г. Кемерово

Математика в банковской сфере имеет наибольшее значение при расчете ставок по кредитам и ипотеке.

В финансовой сфере капитал ассоциируется с суммой денег, размещаемых на банковском вкладе и предназначенных для приобретения облигаций, ценных бумаг с переменной доходностью и прочих финансовых активов. Также капитал – это деньги, выдаваемые третьим лицам в качестве займов за определенную плату (взимаемую ежедневно, ежемесячно, ежегодно и т. д.), называемую процентной ставкой.

Так, когда мы запрашиваем у банка кредит на некую сумму C_0 сроком, например, на три года под 6 % годовых (номинальная процентная ставка i = 6 %), по прошествии трех лет мы должны будем вернуть взятую в кредит сумму плюс три раза по 6 % капитала – сумму процентов, рассчитанных по используемой процентной ставке. Например, если C_0·= 1000, срок кредита n = 3 года, процентная ставка i = 6 %, то по прошествии трех лет мы должны будем вернуть банку 1000 денежных единиц плюс 3·(6/100)·1000 = 180 – капитал плюс проценты в размере 60 денежных единиц в год (общая сумма к уплате – 1180 единиц).

Если каждый год необходимо возвращать одну и ту же сумму процентов, то говорят, что используются простые проценты, а итоговая сумма C_n , которую требуется вернуть к концу срока кредита, состоит из начального заемного капитала и процентов и равняется:

$$C_n = C_0 + n\, i\cdot C_0 = C_0\cdot(1 + n\, i).$$

Это формула простых процентов, где C_0 – заемный капитал, i – процентная ставка (выраженная в виде десятичной дроби); n – число периодов, в течение которых применяется процентная ставка; C_n – общий капитал плюс проценты к уплате; $n\, i\cdot C_0$ – общая сумма процентов, которые должны быть уплачены за весь срок кредита.

Когда клиент банка открывает вклад на определенный срок, требуется решить обратную задачу. В этом случае банк должен вернуть клиенту вложенную сумму с процентами, начисляемыми, например, в конце каждого года. Банк перечисляет проценты на текущий счет клиента в сроки, указанные в банковском договоре. Проценты могут начисляться раз в год, раз в полгода, раз в квартал или раз в месяц.

В договоре может указываться годовая процентная ставка, а проценты при этом выплачиваются, например, раз в год, квартал или месяц. В этом случае на счет клиента будет поступать полная сумма процентов за год либо разделенная на 4 или на 12 в зависимости от периодичности начисления процентов. В договоре может использоваться месячная или квартальная процентная ставка. В этом случае для расчетов процентов применяется формула, приведенная выше, однако период времени n выражается в месяцах или кварталах соответственно.

Иногда клиент хочет прибавить полученные проценты к вкладу, чтобы на них также начислялись проценты. В этом случае речь идет о так называемых сложных процентах. Рассмотрим предыдущий пример снова, несколько его изменив. В конце первого года клиент помещает на счет вклада итоговую сумму в 1060 денежных единиц. В конце второго года его капитал будет равен 1123,60, так как, помимо 120 денежных единиц, выплаченных в качестве процентов, также будут выплачены 6 % от 60 единиц, вложенных по итогам первого года, то есть дополнительно 3,6 денежной единицы. В конце третьего года итоговый капитал составит 1191,02, то есть рентабельность вложений за весь срок вклада составит 19,10 % – на 1,1 пункта больше, чем если бы использовались простые проценты.

Процентная ставка по кредиту, или доходность капитала, может быть месячной, квартальной или годовой. Следовательно, если номинальная годовая процентная ставка составляет 12 %, но на сумму кредита ежемесячно начисляется 1 %, и эта сумма добавляется к телу кредита, то итоговая сумма будет отличаться. Поэтому определяется эквивалентная годовая процентная ставка. Эквивалентная годовая процентная ставка по кредиту с годовой процентной ставкой i , проценты по которому начисляются n раз в год (например, ежемесячно), рассчитывается так:

Общая формула для расчета сложных процентов за n лет, начисляемых по вкладу или по кредиту с начальной суммой C_0 , выводится так: в первый год начисляется сумма процентов, равная $C_0 \cdot i$. Во второй год эта сумма процентов прибавляется к начальному капиталу: $C_1 = C_0 + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i)$, и так происходит до последнего года.

$$n = 0; \quad C_0 ,$$

$$n = 1; \quad C_1 = C_0 + C_0 \cdot i = C_0 \cdot (1 + i) ,$$

$$n = 2; \quad C_2 = C_1 + C_1 i = C_0 \cdot (1 + i) + C_0 (1 + i) \cdot i = C_0 (1 + i) (1 + i) = C_0 \cdot (1 + i)^2 ,$$

$$n = 3; \quad C_3 = C_2 + C_2 i = C_0 (1 + i)^2 + C_0 \cdot (1 + i)^2 i = C_0 (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C_0 (1 + i)^3$$

$$\ldots\ldots$$

$$n = n; \quad C_n = C_0 (1 + i)^n.$$

Таким образом, общая формула сложных процентов записывается так:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + i)^n .$$

Сравним простые и сложные проценты:

Таблица 1.

Первоначальная сумма 100 рублей, процентная ставка 10%		
Месяц	Простой процент	Сложный процент
1	110	110
2	120	121
3	130	133
10	200	259
50	600	11 739
100	1 100	1 378 061

Несложно заметить, что сложный процент выгоднее для вкладчиков и для банков, выдающих кредиты[1].

К сожалению, мало кто решиться посчитать сколько денег придется отдать после полного погашения кредита. А ведь это не так сложно. Такая тема как простые проценты затрагивается на уроках математике еще в 5 классе. Это задачи примерно такого содержания: «За зиму медведь Вини Пух съел 16 горшочков меда. Сколько горшочков меда заготовил Вини Пух, если у него осталось 20% всех его запасов?». Дальше задачи усложняются.

Так как экзамен является проверкой знаний по всей школьной программе там тоже могут присутствовать задачи на проценты. В современном ЕГЭ профильного уровня это задачи 1, 11 и 17.

Задание 1 включает в себя элементарную задачу на проценты, схожую с задачей 5 класса. Например, «Цена на электрический чайник была повышена на 16% и составила 3480 рублей. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?».

Решение задачи: 3480 руб. – 116%

x руб. – 100%

x=3480/1.16=3 000 руб.

Ответ: 3 000.

Задание 11, задание повышенного уровня сложности, представляет из себя задачу «Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200 000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон – 42 000 рублей, Гоша – 12% уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1 000 000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях».

Решение задачи: Антон внес 21% уставного капитала. Тогда Борис внес $100 - 12 - 14 - 21 = 53\%$ уставного капитала. Таким образом, от прибыли 1000000 рублей Борису причитается $0{,}53 \cdot 1\,000\,000 = 530\,000$ рублей.

Ответ: 530 000.

С 2015 в профильном экзамене по математике в формате ЕГЭ появилась экономическая задача (задание 17). Чаще всего она связана с расчетом ежемесячной выплаты, суммы погашения кредиты, процентной ставкой или количества лет, необходимых для погашения кредита. Для решения большинства этих задач достаточно знать две формулы. Для задач типа: «1 января 2015 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая — 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 % на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?» Формула:

$$x = \frac{Am^n}{m^{n-1} + m^{n-2} + \cdots + m + 1}$$

где x – сумма ежемесячной (ежегодной) выплаты, A – сумма кредита, $m=0.01r+1$ (r- процентная ставка), n – кол-во месяцев, лет.

Для задач типа «15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r». Формула:

$$X = pS\left(\frac{n+1}{2}\right) + S$$

где X – общая сумма выплат, S – сумма кредита, $p=0.01r$ (r- процентная ставка), n – кол-во месяцев, лет.

По этой формуле легко посчитать сколько придется выплатить средств через год после микрозайма на 5000 руб. под 3% в день.

$$0{,}01 * 3 * 5\,000 * \left(\frac{365+1}{2}\right) + 5\,000 = 32\,450$$

$$32\,450/5\,000 = 6{,}49$$

Значит переплата будет 640%

Сколько процентов я плачу на самом деле? Продавец говорит, что цена автомобиля – 10000 евро, которые нужно выплатить за пять лет, таким образом, общая сумма к уплате, включая проценты, составит 15000 евро. Покупатель хочет узнать, какова процентная ставка по этому кредиту.

Зная число лет $n = 5$, начальный капитал C_0 = 10000 евро и конечный капитал C_n = 15000 евро, процентную ставку i можно вычислить по формуле:

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

Подставив в эту формулу исходные значения, получим процентную ставку

$$i = \sqrt[5]{\frac{15000}{10000}} - 1 = 8{,}447\%$$

Хотелось бы заметить, что эти задачи являются высокого уровня сложности, поэтому мало школьников владеет этими формулами и умением ими пользоваться. Методы решения этих задач часто применимы в жизни, но, к сожалению, ими будут пользоваться редко просто из-за незнания.

В заключение хотелось бы сказать, что знания системы кредитования и начисление процентов по кредитам и вкладам очень важно для грамотного расходования средств и непопадание в руки недобросовестным банкирам.

Список литературы:

1. Экономика. Основы экономической теории. В 2-х книгах. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных школ. Профильный уровень образования / ред. С.И. Иванов. – Москва: Вита-пресс, 2008. – 320 с.