УДК 621.313

ОПТИМИЗАЦИЯ МОМЕНТНОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ

Н.В. Криушкин, магистрант гр. 2-ЭТ-14, 2 курс
Научный руководитель В.Н. Овсянников, к.т.н., доцент
Самарский государственный технический университет
Г. Самара

В бортовых системах часто возникает необходимость ориентации и стабилизации платформ, на которых расположены приборы наблюдений и контроля. В качестве силовых элементов таких систем обычно используют моментные электродвигатели (МД), которые работают в пределах ограниченного угла поворота ротора. К этим двигателям предъявляются следующие основные требования:

- создание заданного момента и его постоянство во всем диапазоне рабочего угла поворота ротора (пульсации момента не допустимы);
- минимальные габариты, масса и потребляемая мощность;
- высокое быстродействие.

В наиболее полной мере этим требованиям отвечают моментные двигатели с беспазовой кольцевой обмоткой статора и возбуждением от постоянных магнитов [1, 2].

Для создания конкурентоспособной машины необходимо решить задачу ее параметрической оптимизации. На основе предварительного анализа поверхностей отклика таких параметров оптимизации, как масса двигателя, или масса постоянных магнитов в [3] сделан обоснованный выбор в пользу направленных методов оптимизации – градиентных, или метода Бокса-Уилсона.

Критериями выбора метода оптимизации являются его работоспособность в условиях заданного рельефа, экономичность (время поиска экстремума), вероятность отыскания глобального оптимума при возможном наличии локальных экстремумов и т.д. Градиентные методы поиска оптимальных решений обладают перед методами ненаправленного поиска, главным преимуществом, заключающемся в резком сокращении количества вычислений для достижения экстремума. Суть градиентных методов заключается в вычислении градиента функции цели либо на каждом шаге движения к экстремуму, либо после серии шагов, определённых стратегией поиска

$$grad(y) = \vec{i}\,\frac{\partial y}{\partial x_1} + \vec{j}\,\frac{\partial y}{\partial x_2} + ... + \vec{k}\,\frac{\partial y}{\partial x_n} \qquad (1)$$

Вектор градиента показывает направление наискорейшего подъёма, а антиградиент, соответственно, спуска по поверхности отклика. Для сокращения числа опытов по сравнению с “чисто” градиентным методом можно воспользоваться методом наискорейшего спуска, в котором после расчёта оценки градиента в направлении антиградиента движение продолжается до тех пор, пока спуск эффективен. Затем направление корректируется после вычисления нового значения градиента. Этот метод хорошо зарекомендовал себя при оптимизации случайных процессов, где он получил название – метод Бокса – Уилсона [4]. Метод Бокса – Уилсона уверенно работает при существенно криволинейных поверхностях. Не работает этот метод только на границах определённых препятствием типа “вертикальная стена”. Но эта проблема решается введением функции штрафа по параметрам-ограничителям [2]. Кроме этого, у метода Бокса – Уилсона, как и у большинства методов направленного поиска, нет абсолютной достоверности результата при полимодальной поверхности. Но как показали исследования двумерных поверхностей целевых функций МД локальных экстремумов обнаружено не было. Следовательно, метод Бокса – Уилсона может быть рекомендован для оптимизации МД в сочетании с предварительным зондированием сетчатым методом и заключительным подробным исследованием зоны оптимума.

Как отмечалось выше, для осуществления метода наискорейшего спуска необходимо знать составляющие антиградиента функции (1). Когда это невозможно сделать, как в рассматриваемом случае, градиент заменяется его оценкой

$$grad(y) \approx gradF(x_{10}, x_{20}.....x_{n0}) \qquad (2)$$

в точке ($x_{10}, x_{20}, \ldots, x_{n0}$), которая называется точкой нулевого уровня, и является исходной при движении по градиенту (антиградиенту). Приближение заключается в замене частных производных на конечные разностные отношения.

Метод Бокса – Уилсона состоит в повторении процедуры:

- построение факторного эксперимента в окрестности точки нулевого уровня;
- вычисление оценки градиента в этой точке по результатам эксперимента;
- крутое восхождение (спуск) в направлении оценки градиента (антиградиента);
- нахождение оценки максимума (минимума) функции отклика.

В дальнейшем будем рассматривать только метод наискорейшего спуска (движение по антиградиенту) для нахождения глобального минимума функции цели, так как главные параметры МД – масса, масса магнитов и себестоимость – требуют минимизации.

Наиболее удобным инструментом для вычисления оценки градиента (2) является хорошо разработанный и апробированный метод факторного эксперимента [4], заключающийся в том, что в окрестностях точки нулевого уровня строится согласно матрице планирования эксперимента план, в вершинах которого рассчитывается значение параметра оптимизации. По этим значениям поверхность отклика в окрестностях нулевой точки заменяется апроксимирующей плоскостью, коэффициенты наклона к осям которой дают оценку градиента в этой точке.

Рассмотрим решение этой задачи на примере оптимизации по массе (*m1*) МД со следующими номинальными параметрами:

- вращающий момент $M = 1$ Нм;
- напряжение питания $U = 12$ В;
- режим работы – *S1* – продолжительный;
- материал постоянных магнитов – КС37А;
- рабочий угол поворота ротора - 10°;
- максимальный допустимый перегрев обмотки якоря - 80°.

В качестве независимых переменных (факторов) выбраны следующие величины:

- число пар полюсов – p; (фактор X_1);
- потребляемая мощность P_0 , Вт; (фактор X_2);
- длина магнита – l_m , м; (фактор X_3);
- ширина магнита – b_m , м; (фактор X_4);
- число слоев обмотки гладкого статора – $n_{сл}$; (фактор X_5);
- индукция в воздушном зазоре B_δ , Тл; (фактор X_6).

Первый этап – этап выбора исходной точки начала оптимизации. Так как мы получили достаточно полную предварительную информацию о поверхности отклика, то выбор исходной точки не представляет затруднений. Обычно выбирается точка, близкая к предполагаемому экстремуму. Но для проверки работоспособности алгоритма и исследования поверхности на возможные локальные экстремумы, целесообразно провести несколько серий крутых спусков с различными исходными точками.

Вторым этапом оптимизации методом наискорейшего спуска является формирование матрицы планирования эксперимента.

Известно, что для полного факторного эксперимента (ПФЭ), когда реализуются все возможные сочетания уровней факторов, необходимо выполнить $K = 2^n$ опытов. Для рассматриваемой задачи $n = 6$, $K = 64$. Если учесть, что при движении к оптимуму придётся несколько раз корректировать направление, то количество расчётов становится внушительным.

Но для расчёта шести составляющих градиента 64 испытания излишни. Поэтому вместо ПФЭ проведём его четверть-реплику с шестнадцатью опытами. Для этого столбцы в матрице дробного факторного эксперимента $K = 2^{6-2}$ (ДФЭ), соответствующие факторам X_5 и X_6 организуем, используя генерирующие соотношения:

$$X_5 = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \qquad (3)$$

$$X_5 = X_2 \cdot X_3 \cdot X_4 \qquad (4)$$

Генерирующие соотношения высокого порядка взяты потому, что эффект тройного и , тем более, четверного, взаимодействия всегда меньше, чем парное влияние. Каждая строка матрицы с соответствующим набором уровней факторов представляет собой один вариант расчёта параметра оптимизации Y.

Следующим этапом оптимизации является расчет разностных отношений, определяющих оценки градиента в точке нулевого уровня

$$\hat{a}_j = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot k(i, j) \cdot \Delta x_j \qquad (5)$$

где n – число опытов (в примере n = 16);

j – номер фактора;

i – номер опыта;

y_i – i-тое значение параметра оптимизации;

$k\ (i,\ j)$ – соответствующее кодирование значений фактора из матрицы ДФЭ; ($k\ (i, j)$ принимает значения ±1);

ΔX_j – интервал варьирования j-того фактора.

Знак «минус» перед выражением (5) поставлен, чтобы a_i определяло значения оценок составляющих антиградиента для поиска минимума целевой функции.

После расчета разностных отношений a_j (в теории планирования эксперимента они называются коэффициентами регрессии), можно определить предварительные направления поиска экстремума. Положительные значения a_j соответствуют обратной зависимости y от x_j , следовательно, данный фактор в ходе минимизации y необходимо увеличивать, а факторы у которых a_j отрицательный – нужно уменьшать.

Для движения по линии наикратчайшего спуска требуется выбрать масштаб шагов спуска. Эта операция трудно поддается формализации, а от ее удачного решения во многом зависит эффективность движения по поверхности отклика. При неоправданно мелком шаге на результат накладывается соизмеримая ошибка округлений, и резко возрастает число вычислений, а при крупном шаге возникает вероятность на очередном шаге «перескочить» зону оптимума. Вследствие этого в предлагаемой программе оптимизации выбор масштаба шагов движения по линии ската осуществляется самим проектировщиком в диалоговом режиме.

Движение по антиградиенту продолжается пошагово до тех пор, пока спуск эффективен, то есть значение Y уменьшается.

Как правило, область оптимума может быть достигнута после первой серии расчетов только при простейших, близких к линейным, рельефах поверхности отклика. В более сложных, подобных рассматриваемой задаче оптимизации МД, требуется обычно несколько серий спуска с регулярной проверкой и уточнением направления антиградиента. Последовательность действий при этом следующая:

1. При неэффективном m-ном шаге за лучшее значение принимается (m - 1) – значение. Координаты этой точки считаются новым нулевым уровнем.

2. Строится матрица ДФЭ, и рассчитывается составляющие антиградиента.
3. Выбирается масштаб шагов спуска по поверхности отклика.
4. Пошагово рассчитывается значение параметра оптимизации до тех пор, пока спуск эффективен.
5. При неудовлетворительном результате пункты 1- 4 повторяются до тех пор, пока не будет достигнут оптимум.

Для проверки достоверности полученного результата исходные точки выбирались в разных областях поверхности отклика. Как показали расчеты, линии движения по антиградиенту сходятся в одну область оптимума, что подтверждает надежность метода.

В результате оптимизации получены варианты расчета на основе которых на кафедре электромеханики и автомобильного электрооборудования Самарского государственного технического университета были спроектированы и изготовлены на ЦКБ «Фотон в г.Казань, опытные образцы моментных двигателей МД-100-1, имеющие характеристики по основным параметрам, превосходящие ближайшие аналоги. В частности – по полной массе, массе магнитов и потребляемой мощности двигатели МД имеют лучшие показатели, чем серийные ДБМ.

Выводы:

Исходя из требований, предъявляемых к МД с ограниченным углом поворота ротора и анализируя рельеф поверхностей отклика по различным параметрам можно утверждать, что для оптимизации МД целесообразно использовать методы направленного поиска, в частности, метод наискорейшего спуска Бокса-Уилсона, дополненный штрафными экспоненциальными функциями в зонах ограничений. В качестве инструмента для определения оценок градиента, автором предлагается использовать методику факторного эксперимента (дробные четверть-реплики). Область оптимума достигается за несколько итерационных циклов, причем независимо от выбора исходной точки, что говорит о высокой вероятности достижения глобального экстремума.

Список литературы

1. Столов Л.И., Афанасьев А.Ю. Моментные двигатели постоянного тока. – М.: Энергоатомиздат, 1989 – 224с.
2. Овсянников В.Н., Мифтахов М.Т., Минеев С.П. Математическое моделирование магнитного поля в беспазовом моментном двигателе с высококоэрцитивными постоянными магнитами // Математическое моделирование и краевые задачи: труды двенадцатой межвузовской конференции. – Самара, 2002. – Часть 2. С. 104 – 107.
3. Овсянников В.Н., Макаричев Ю.А., Анисимов В.М. Особенности проектирования моментных двигателей систем энергосбережения трубопроводного транспорта // Известия высших учебных заведений «Электромеханика». – 2011. - № 3. – С. 54 – 56.
4. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 279с.